

DOI [https://doi.org/10.15589/znp2020.3\(481\).2](https://doi.org/10.15589/znp2020.3(481).2)
УДК 629.5, 624.075.5

BUCKLING ASSESSMENT OF SHIP HULL CONSTRUCTION PLATE ELEMENTS UNDER COMBINED PRESSURE

ОЦІНКА СТІЙКОСТІ ПЛАСТИНЧАТИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРПУСНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ СКЛАДНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Leontiy I. Korostilyov
leontyy.korostilyov@nuos.edu.ua
ORCID: 0000-0002-4370-3270

Yaroslav O. Martychenko
Grapua@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3027-5115

Л. І. Коростильов,
докт. техн. наук, проф.

Я. О. Мартиченко,
аспірант

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Миколаїв

Abstract. In the contemporary practice of engineering evaluations, the assessment of the buckling of the plate elements is preferably recommended to be performed separately from each operating load. Failure to take into account the factor of the combined action of a set of simple loads leads to a significant mistake of calculations in the dangerous direction due to a significant overestimation of the Euler critical stresses. The possible arrangement of a cutout in the plate element significantly affects its stress-strain state and leads to decreasing of coefficients of stability of the plate under separate and simultaneous action of simple loads in its plane. Such a cutout requires the installation of reinforcement, which makes it possible to increase the coefficient of stability of the plate to the value of the coefficient of solid or even exceed it. The choice of optimal parameters of reinforcing elements, both geometric and structural, is an urgent task, especially in conditions of complex load. The history of the problem of estimating the buckling of a plate element under a complex load in its plane, from its delivery in the 30s of the last century, to the present and the degree of its solution were analyzed. Contemporary results of researches of buckling of plates at two-component loading are shown. The concept of the boundary surface and, for a two-component load, the boundary curve are described and a number of them are shown. Also in the work the methods and results of calculation of buckling of case designs which structure includes rectangular plate elements, including with cutouts of various forms and the sizes with complex loading in their plane are analyzed. The unsolved problems in estimating the stability of lamellar elements under complex loads are identified and described, and the direction for future research is outlined.

The current methods of the hull constructions buckling estimation including rectangular plate elements with cutouts of various shapes and sizes, under complex loading in their planes are considered. The scope of contemporary hull constructions design methods to determine the buckling of plates under complex loading has been reviewed to highlight a variety of their advantages and disadvantages.

Key words: rectangular plates; plates with cutouts; complex load; buckling; boundary surface.

Анотація. У сучасній практиці інженерних розрахунків оцінку стійкості пластинчатого елемента переважно рекомендується виконувати окремо від кожного діючого навантаження. Неврахування фактора сумісної дії деякої сукупності простих навантажень призводить до значної похибки в розрахунках у небезпечний бік через суттєве завищення ейлеревих критичних напружень. Можливе влаштування вирізу в пластинчатому елементі суттєво впливає на його напружено-деформований стан і призводить до зниження коефіцієнтів стійкості пластини при окремих і одночасній дії простих навантажень в її площині. Такий виріз потребує установки підкріплення, що дає змогу підвищити коефіцієнт стійкості пластини до величини коефіцієнта суцільної або навіть перевищити його. Вибір оптимальних параметрів підкріплюючих елементів, як геометричних, так і конструктивних, є актуальною задачею, особливо в умовах складного навантаження. Було проаналізовано історію розвитку проблеми оцінки стійкості пластинчатого елемента при складному навантаженні у його площині, починаючи з її поставки у 30-х роках минулого століття, до сьогодення і ступінь її вирішення. Показано сучасні результати досліджень стійкості пластин при двокомпонентних навантаженнях. Описано поняття граничної поверхні і для двокомпонентного навантаження граничної кривої та зображено деяку кількість із них. Також у роботі проаналізовано методи і результати розрахунку стійкості корпусних конструкцій, до складу яких входять прямокутні пластинчаті елементи, в тому числі з вирізами різних форм та розмірів, при складному навантаженні в їх площині. Визначені і описані невіршені проблеми в оцінці стійкості пластинчатих елементів при складному навантаженні та окреслено напрям для майбутніх досліджень.

Ключові слова: прямокутні пластини; пластини з вирізами; складне навантаження; стійкість; гранична поверхня.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Корпус суден здебільшого являє собою сукупність конструкцій, що можуть включати у себе тонкостінні пластинчаті елементи, в тому числі з вирізами.

З моменту використання сталей підвищеної міцності, товщини корпусних конструкцій суден почали різко зменшуватись, що призвело до зниження їх критичних навантажень, тобто тих, у разі перевищення яких пластина втрачає стійкість. Ця проблема стала однією з вирішальних у проектуванні корпусних конструкцій.

У більшості конструкцій для зменшення ваги або з метою забезпечення проведення експлуатаційних та ремонтних робіт влаштовуються вирізи. Ці вирізи мають суттєвий вплив на напружено-деформований стан пластин і призводять до суттєвого зниження їх стійкості та в деяких випадках потребують підкріплення. Вибір типу геометричних характеристик і способу розташування таких підкріплень також має велике значення для підвищення рівня стійкості пластини.

Складне навантаження, при якому одночасно діють кілька простих навантажень, значно ускладнює розрахунок стійкості таких конструкцій, особливо якщо в них влаштовані вирізи. Тому отримання практичних формул для оцінки стійкості прямокутних пластинчатих елементів, в яких можуть бути влаштовані вирізи різних форм та розмірів, є актуальною задачею.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Великий внесок у дослідження стійкості пластинчатих елементів корпусних конструкцій із наявними або відсутніми в них підкріпленнями зробили І. Г. Бубнов, С. П. Тимошенко, П. Ф. Папкович, А. С. Вольмір, Я. І. Короткін, О. З. Локшин, М. Л. Сіверс, М. С. Соломенко, К. Г. Абрамян, В. В. Сорокін, Я. Г. Пановко, В. П. Белкін, Е. І. Григолюк, Л. І. Коростильов, Г. Брайєн, Ф. Блейх та ін. Результати численних досліджень були викладені в монографіях [1–11], довідковій літературі [12–15] та в статтях [16–19].

Вирішення задачі стійкості для пластин із вирізами вимагає розв'язку двох послідовних задач: визначення докритичного напруженого стану, а потім безпосередньо задачі стійкості. Публікації з дослідженням стійкості пластин із вирізами у пружній області виконані у порівняно невеликій кількості, більшість із них стосуються часткових випадків навантаження і не охоплюють усіх можливих на практиці. Експериментальне дослідження стійкості прямокутної пластини з круглим вирізом при одночасній дії зсувного та стискаючого напруження було виконано тільки Л. І. Коростильовим [17].

Теоретичні методи дослідження стійкості можна умовно розділити на три групи:

1) варіаційні методи;

2) методи, що базуються на математичній дискретизації;

3) методи, що базуються на фізичній дискретизації.

Характерними для першої групи є методи Рітца та Бубнова-Гальоркіна. Функція прогину пластини при втраті стійкості в цих методах апроксимується у вигляді ряду, а процедури розрахунку базуються на енергетичних теоремах і принципах [20; 21].

Методи математичної дискретизації використовують заміну диференціальних операторів рівнянь стійкості на різницеві оператори [20]. Використовується варіаційно-різницеви метод (ВРМ), що базується на заміні варіаційної задачі неперервної функції на варіаційну задачу дискретної функції прогину [22].

З розвитком засобів для виконання обчислень у сучасних дослідженнях став домінувати метод фізичної дискретизації, а саме метод скінченних елементів (МСЕ). Дослідження нині виконуються за допомогою спеціальних програмних комплексів Ansys, SolidWorks та ін., що базуються на зазначеному вище методі.

Теоретичне дослідження втрати стійкості суцільних прямокутних пластин при одночасній дії зсувних τ і стискаючих σ напружень із використанням МСЕ викладено в роботі [23]. У разі аналогічних навантажень стійкість прямокутних пластин із круглим вирізом досліджено в роботі [24]. При одночасній дії згинальних σ_0 і зсувних τ напружень у площині пластини та одноосьового стискання σ і зсуву стійкість τ квадратних пластин із квадратним вирізом було виконано в роботі [25].

Особливості впливу на стійкість суцільної пластини підкріплюючого елемента у вигляді суцільної полоси під час одночасної дії згинального σ_0 і зсувного τ напружень досліджено в роботах [26; 27].

Нині відсутні роботи, пов'язані з оцінкою впливу підкріплень та їх розташуванням на стійкість пластин із вирізами при дії складного навантаження. Огляд публікацій показав, що відсутня достатня експериментальна база для досліджень стійкості пластин при складному навантаженні.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є аналіз методів і результатів розрахунку стійкості пластинчатих елементів корпусних конструкцій, в яких можуть бути влаштовані вирізи різних форм та розмірів, в умовах одночасної дії кількох простих навантажень, тобто складного навантаження в їх площині.

ОСНОВНИЙ МАТЕРІАЛ

Стінки балок, настили і обшивки судових корпусних конструкцій діляться здебільшого на прямокутні поля. Такі поля утворюються за допомогою вертикальних ребер жорсткості, що підкріплюють балку, або за допомогою балок іншого напрямку. Разом з обшивкою, настилом або вільним пояском

вони утворюють опорний контур для цього поля. Відношення сторін цього опорного контуру, як правило, рідко перевищує 2–3.

Так, стінки повздовжніх балок (вертикального кіля, днищевих та бортових стрингерів тощо) одночасно знаходяться під дією загального повздовжнього згину корпусу (стискаючі напруження σ), а також під дією згинальних σ_0 та зсувних τ напружень, що спричинені місцевими навантаженнями. Стінки поперечних балок (флорів, бімсів тощо) знаходяться під одночасною дією згинальних σ_0 і зсувних τ напружень у своїй площині, від місцевих навантажень (гідростатичного тиску, вантажу тощо).

У загальному випадку можна вважати, що таке прямокутне поле пластини знаходиться під дією стискаючих σ , згинальних σ_0 і зсувних τ напружень в її площині. Розрахункову схему такої прямокутної пластини наведено на рисунку 1.

На практиці розрахунок стійкості плоских елементів, що знаходяться в умовах складного навантаження, переважно виконується при дії кожного окремого типу простого навантаження [28–30]. Тобто складні навантаження поділяють на сукупність простих, у процесі окремої дії яких використовують відомі розрахункові формули для ейлеревих критичних напружень. Очевидно, що неврахування фактора їх одночасної дії призводить до похибки в оцінці стійкості і завищення коефіцієнта стійкості [31].

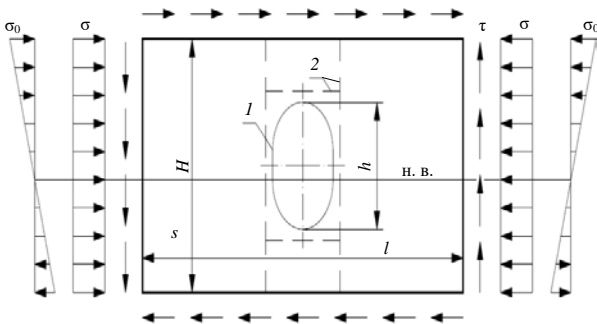


Рис. 1. Розрахункова схема прямокутної пластини з вирізом при складному навантаженні: 1 – виріз у пластині; 2 – підкріплення вирізу ребрами

Принципове вирішення цієї складної проблеми для пружних систем отримано професором П. Ф. Папковичем на початку 30-х років минулого століття. Користуючись енергетичними теоремами і принципами, він ввів поняття граничної поверхні для зображення силового простору з довільним числом простих навантажень, якою цей простір поділяється на області стійкості і нестійкості, а також дослідив її характер. На основі доказу низки теорем встановлено, що гранична поверхня є випуклою і ця випуклість спрямована в бік області нестійкості силового простору.

Тоді, спираючись на результати досліджень П. Ф. Папковича, при трикомпонентному навантаженні по контуру пластинчатого елемента напруженнями σ , σ_0 і τ (див. рис. 1) істинну граничну поверхню і її наближену плоску форму, які представлені на рисунку 2, можна описати залежністю

$$\left(\frac{\sigma_e^*}{\sigma_e}\right)^a + \left(\frac{\sigma_{0,e}^*}{\sigma_{0,e}}\right)^b + \left(\frac{\tau_e^*}{\tau_e}\right)^c = 1, \quad (1)$$

де σ_e^* , $\sigma_{0,e}^*$, τ_e^* – ейлереві критичні напруження при одночасній дії стискаючих σ , згинальних σ_0 і зсувних τ напруженнях відповідно;

σ_e , $\sigma_{0,e}$, τ_e – ейлереві критичні напруження при окремо діючих σ , σ_0 і τ напруженнях відповідно;

a , b , c – показник ступеню впливу на стійкість елемента одночасної дії простих навантажень.

Наближена оцінка стійкості пластинчатих елементів товщиною s із вирізами, що знаходяться під впливом одночасної дії стискаючого σ , зсувного τ і згинального σ_0 напружень виконана, згідно з теоремами П. Ф. Папковича [4], Л. І. Коростильовим і представлена в галузевих нормативних документах [32; 33]. За цими документами, істинна гранична поверхня замінюється граничною площиною, тобто показники степені a , b , c приймаються рівними одиниці (див. рис. 2).

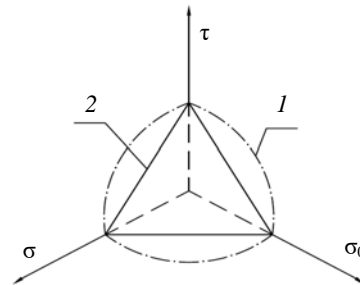


Рис. 2. Гранична поверхня при трикомпонентному навантаженні: 1 – істинна гранична поверхня; 2 – гранична площина при $a = b = c = 1$

Стійкість пластинчатого елемента буде забезпечена, якщо виконуватиметься умова

$$\eta \geq [\eta],$$

де η – фактичний коефіцієнт запасу стійкості, який визначається за формулою

$$\eta = \frac{\sigma_e^*}{\sigma} = \frac{\sigma_{0,e}^*}{\sigma_0} = \frac{\tau_e^*}{\tau};$$

$[\eta]$ – нормативне значення коефіцієнту запасу стійкості за рекомендаціями галузевих нормативних документів.

Ейлереві критичні напруження в пластинчатих елементах стінок балок із вирізами σ_e , $\sigma_{0,e}$, τ_e при

окремо діючих навантажень за рекомендаціями галузевого нормативного документа [33] визначаються за формулами

$$\begin{aligned} \tau_e &= 100 \left(\frac{100s}{H} \right)^2 \cdot \left(1 - 0,8 \frac{h}{H} \right), \text{МПа}; \\ \sigma_{0,e} &= 500 \left(\frac{100s}{H} \right)^2 \cdot \left(1 - 0,8 \frac{h}{H} \right), \text{МПа}; \\ \sigma_e &= 80 \left(\frac{100s}{H} \right)^2 \cdot \left(1 - 0,8 \frac{h}{H} \right), \text{МПа}. \end{aligned}$$

За умови пропорційного зростання навантажень $\sigma = \alpha\tau$, $\sigma_0 = \alpha_1\tau$ ейлереві критичні напруження в пластинчатих елементах із вирізами σ_e^* , $\sigma_{0,e}^*$, τ_e^* , що характеризують одночасну дію трьох навантажень, можуть бути представлені у вигляді формул:

$$\begin{aligned} \tau_e^* &= \frac{1}{1 + 0,2\alpha + 1,25\alpha_1}, \\ \sigma_{0,e}^* &= \alpha\tau_e^* = \frac{0,2\alpha}{1 + 0,2\alpha + 1,25\alpha_1}, \\ \sigma_e^* &= \alpha_1\tau_e^* = \frac{1,25\alpha_1}{1 + 0,2\alpha + 1,25\alpha_1}. \end{aligned}$$

Аналіз сучасних публікацій показав, що майже всі роботи присвячені теоретичному дослідженню стійкості пластинчатих елементів при двокомпонентному навантаженні (стискання і зсув, зсув і згинання, двоосьове стискання). Для таких типів навантажень гранична поверхня трансформується у граничну криву. Теоретичне дослідження стійкості при двокомпонентному навантаженні виконано для таких типів пластинчатих елементів:

- прямокутні суцільні;
- прямокутні з круглим або квадратним вирізами.

Стійкість суцільних прямокутних пластин при двокомпонентному навантаженні. Розрахунок стійкості суцільних прямокутних пластин було виконано для різних комбінацій навантажень, а саме згин і зсув та стискання і зсув.

На основі теоретичних розрахунків у 60-х роках минулого століття А. С. Вольмір в [5] запропонува-

но формули граничної кривої для різних типів навантаження:

- при одночасній дії згинаючих та зсувних напружень

$$\left(\frac{\sigma_{0,e}^*}{\sigma_{0,e}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_e^*}{\tau_e} \right)^2 = 1;$$

- при одночасній дії стискаючих та зсувних напружень

$$\frac{\sigma_e^*}{\sigma_e} + \left(\frac{\tau_e^*}{\tau_e} \right)^2 = 1.$$

Сучасні дослідження стійкості таких пластин проводяться за допомогою програмних комплексів на базі метода скінченних елементів.

У статті [26] представлені граничні криві при одночасній дії зсувних τ і згинальних σ_0 напружень за методом скінченних елементів для суцільної пластини із співвідношенням сторін $\gamma = l / H$, рівними 1, 2, 4. Результати для різних співвідношень γ виявились близькими між собою.

Аналіз стійкості пластини з різними відношеннями сторін γ та різними співвідношеннями між стискаючими σ та зсувними τ напруженнями $\pm = \sigma / \tau$ було виконано в роботі [23] та наведено в таблиці 1.

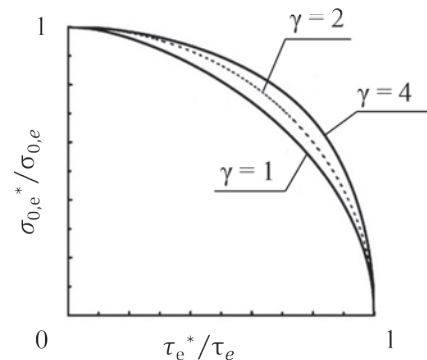


Рис. 3. Форма граничної кривої при одночасній дії зсувних τ і згинальних σ_0 напружень у площині суцільних пластин із різним співвідношенням сторін γ [26]

Таблиця 1. Коефіцієнт стійкості пластини при одночасній дії зсувних τ і стискаючих σ напружень при різних величин γ та α

γ	Зсув та стискання													
	α							γ	α					
	-1,0	-0,80	-0,60	-0,40	-0,20	-0,10			-1,0	-0,80	-0,60	-0,40	-0,20	-0,10
0.1	102	127	169	252	396	465	2.0	3.10	3.54	4.08	4.75	5.57	6.04	
0.2	26,8	33,4	44,1	64,4	101,5	119,2	2,5	3,09	3,48	3,95	4,52	5,21	5,60	
0.4	8,17	10,05	12,98	17,97	26,98	33,03	3,0	3,00	3,40	3,88	4,46	5,11	5,46	
0.6	4,83	5,86	7,38	9,72	13,43	15,96	3,5	2,98	3,35	3,80	4,34	4,98	5,34	
0.8	3,80	4,54	5,56	7,04	9,16	10,52	4,0	2,96	3,33	3,79	4,31	4,91	5,25	
1.0	3,45	4,06	4,86	5,94	7,39	8,29	2,0	3,10	3,54	4,08	4,75	5,57	6,04	
1.2	3,39	3,92	4,60	5,46	6,57	7,23	2,5	3,09	3,48	3,95	4,52	5,21	5,60	
1.4	3,46	3,94	4,53	5,26	6,17	6,70	3,0	3,00	3,40	3,88	4,46	5,11	5,46	
1.6	3,37	3,87	4,51	5,19	5,96	6,41	3,5	2,98	3,35	3,80	4,34	4,98	5,34	
1.8	3,19	3,66	4,24	4,97	5,85	6,25	4,0	2,96	3,33	3,79	4,31	4,91	5,25	
2.0	3,10	3,54	4,08	4,75	5,57	6,04	5,0	2,93	3,30	3,73	4,24	4,83	5,16	
2.5	3,09	3,48	3,95	4,52	5,21	5,60	6,0	2,92	3,28	3,70	4,20	4,79	5,12	
3.0	3,00	3,40	3,88	4,46	5,11	5,46	7,0	2,92	3,26	3,68	4,18	4,76	5,09	
3.5	2,98	3,35	3,80	4,34	4,98	5,34	8,0	2,90	3,25	3,67	4,17	4,75	5,07	
4.0	2,96	3,33	3,79	4,31	4,91	5,25	∞	2,88	3,21	3,67	4,12	4,73	5,01	

У роботі [24] було проведено аналіз стійкості прямокутної пластини зі співвідношенням сторін $\gamma = 3$ при рівномірному стисканні вздовж висоти H і довжини l пластини. Автор виконував розрахунок за допомогою методу скінченних елементів і описував форму граничної кривої за формулою

$$\left(\frac{\sigma_{l,e}^*}{\sigma_{l,e}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{H,e}^*}{\sigma_{H,e}}\right)^2 = 1, \quad (2)$$

де $\sigma_{l,e}^*$, $\sigma_{H,e}^*$, – ейлереві критичні напруження, при одночасному стисканні за довжиною та висотою пластини відповідно;

$\sigma_{l,e}$, $\sigma_{H,e}$ – розрахункові критичні ейлереві напруження за довжиною та висотою пластини відповідно.

Результати його досліджень наведені на рисунку 4.

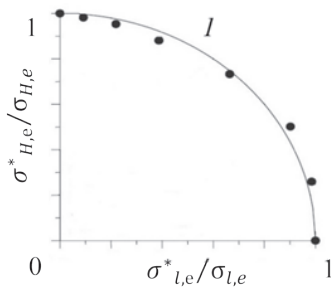


Рис. 4. Гранична крива при двоосьовому стисканні суцільної прямокутної пластини при $\gamma = 3$ [24]: • – розрахунок методом скінченних елементів; 1 – гранична крива за формулою (2)

Прямокутні пластини з круглим або квадратним вирізами. Вирізи мають значний вплив на стійкість пластинчатих елементів корпусних конструкцій. У деяких випадках вони призводять до значного зниження стійкості таких конструкцій і є причиною багатьох аварійних ситуацій. Це підтверджується аналізом пошкоджень, що був виконаний Н. В. Барабановим, а також В. В. Козляковим, О. І. Максимаджи та Л. М. Беленьким в їхніх працях [34–39].

У роботі [25] автори запропонованим ними теоретичним методом досліджували стійкість квадратної пластини з квадратним вирізом із різними співвідношеннями висоти вирізу до висоти пластини h/H при одночасній дії зсувних τ і стискаючих σ напружень та зсувних τ і згинальних σ_0 напружень. Граничні криві представлені на рисунках 5 та 6.

Отримані результати показують, що в разі збільшення розмірів вирізу стійкість пластини зменшується. Найбільш інтенсивно пластина втрачає стійкість під дією стискаючих напружень. У комбінації зсувних τ і згинальних σ_0 напружень у разі збільшення розміру вирізу пластина суттєво втрачає стійкість від дії зсувних напружень.

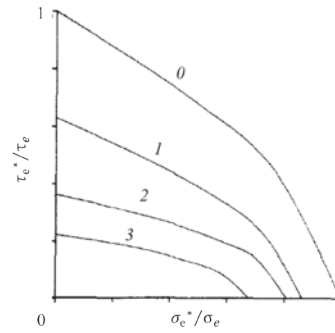


Рис. 5. Граничні криві квадратної пластини з квадратним вирізом при одночасній дії зсувних τ і стискаючих σ напружень [25]: 0 – суцільна квадратна пластина; 1 – з вирізом $h/H = 0,24$; 2 – з вирізом $h/H = 0,43$; 3 – з вирізом $h/H = 0,62$

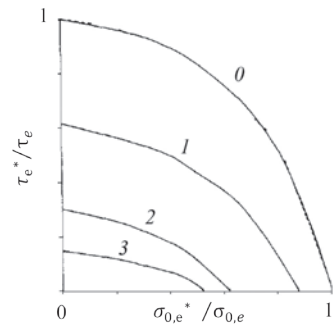


Рис. 6. Граничні криві квадратної пластини з квадратним вирізом при одночасній дії зсувних τ і згинальних σ_0 напружень [25]: 0 – суцільна квадратна пластина; 1 – із квадратним вирізом $h/H = 0,24$; 2 – із квадратним вирізом $h/H = 0,43$; 3 – із квадратним вирізом $h/H = 0,62$

Теоретичні дослідження стійкості прямокутних пластин із круглим вирізом при одночасній дії напружень σ і τ представлені в роботі [24]. Розміри пластини 2400x800 мм, а співвідношення висоти вирізу до висоти пластини $h/H = 0,4$. Автор також досліджував вплив товщини s пластини на її стійкість. Результати наведені на рисунку 7.

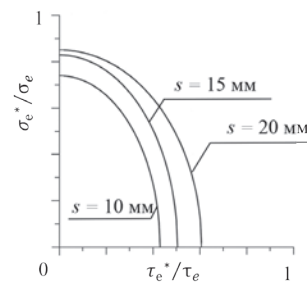


Рис. 7. Граничні криві пластини з круглим вирізом при одночасній дії зсувних τ і стискаючих σ напружень [24]

ВИСНОВКИ

Аналіз сучасних досліджень показав, що більшість із них було виконано за допомогою теоретичних чисельних методів. Практично відсутні експериментальні дані для підтвердження отриманих результатів.

Результати теоретичних розрахунків є частковими і не охоплюють важливі практичні випадки оцінки стійкості пластинчатих елементів корпусних конструкцій, а саме:

– трикомпонентне навантаження як суцільних пластинчатих елементів, так і з вирізами;

– вплив вирізів для проходу в стінках балок ребер жорсткості і комунікацій, а також великих овальних вирізів тощо на стійкість пластинчатих елементів при дво- та трикомпонентному навантаженні;

– оцінка різних типів підкріплюючих елементів при дво- та трикомпонентному навантаженні на підвищення стійкості пластинчатих елементів.

Подальші дослідження будуть проводитись у напрямі вирішення зазначених вище задач.

REFERENCES

- [1] Bubnov I. G. (1953). *Trudy po teorii plastin. S prilozheniyem ocherka A. S. Vol'mira o zhizni i deyatelnosti I. G. Bubnova* [Plate theory. Essay on the life and work of I.G. Bubnov by A.S. Volmir]. Moskva: Gosudarstvennoye izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury.
- [2] Timoshenko S. P. (1946) *Ustoychivost' uprugikh system* [Buckling of elastic systems]. Leningrad: Gostekhizdat.
- [3] Papkovich P. F. (1963). *Trudy po stroitel'noy mekhanike korablya* [Structural mechanics of the ship]. Tom 4. Leningrad: Sudpromgiz.
- [4] Papkovich, P. F. (1941). *Stroitel'naya mekhanika korablya* CH.2 [Structural mechanics of the ship. Part 2]. Leningrad: Gosudarstvennoye soyuznoye izdatel'stvo sudostroitel'noy promyshlennosti.
- [5] Vol'mir, A. S. (1967). *Ustoychivost' deformiruyemykh system* [Buckling of deforming systems]. Moskva: izdatel'stvo «Nauka».
- [6] Korotkin Ya. I., Lokshin A. Z., Sivers N. L. (1955). *Izhib i ustoychivost' plastin i krugovykh tsilindricheskikh obolochek (Stroitel'naya mekhanika korablya)* [Bending and buckling of plates and cylindrical shells (Structural mechanics of the ship)]. Leningrad: Gosudarstvennoye soyuznoye izdatel'stvo sudostroitel'noy promyshlennosti.
- [7] Solomenko N. S., Abramyan K. G., Sorokin V. V. (1967). *Prochnost' i ustoychivost' plastin i obolochek sudovogo korpusa* [Strength and buckling of ship hull plates and shells]. Leningrad: Sudpromgiz.
- [8] Panovko Ya. G., Gubanova I. I. (1987). *Ustoychivost' i kolebaniya uprugikh sistem. Sovremennyye kontseptsii, paradoksy i oshibki* [Buckling and vibration of elastic systems. Contemporary concepts, paradoxes and mistakes]. Moskva: Nauka.
- [9] Belkin V. P. (1956). *Rabota elementov palubnykh perekrytiy posle poteri ustoychivosti* [Behavior of deck girders after buckling]. Leningrad: Sudpromgiz.
- [10] Bleykh F. (1959). *Ustoychivost' metalicheskikh konstruksiy* [Buckling of metal structures]. Moskva: Fizmatgiz.
- [11] Vaynberg D. V. (1973). *Spravochnik po ustoychivosti, prochnosti i kolebaniyam plastin* [Directory of strength, stability and vibrations of plates]. Kiyev: Budivelnik.
- [12] Broude B. M. (1949). *Ustoychivost' plastinok v elementakh stal'nykh konstruksiy* [Buckling of steel structures plate elements]. Moskva: Mashstroyizdat.
- [13] Davydov V. V., Mattes N. V., Sivertsev I. N., Tryanin I. I. (1978). *Prochnost' sudov vnutrennego plavaniya. Spravochnik* [Strength of inland waterway vessels. Directory]. Moskva: Transport.
- [14] Birger I. A., Panovko YA. I. (1968). *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya. Spravochnik v trekh tomakh* [Strength, buckling, vibration. Directory in 3 parts]. Tom 2. Moskva: Mashinostroyeniye.
- [15] Shimanskiy Yu. A. (1967). *Spravochnik po stroitel'noy mekhanike korablya. Tom 2* [Directory of structural mechanics of the ship. Part 2]. Leningrad: Sudpromgiz.
- [16] Korostylov, L. I., Bugayenko Yu. V. (1977). *Raschet ustoychivosti stенок балок судового набора с подкрепленными вырезами* [Buckling assessment of ship hull girders with stiffened cutouts]. *Trudy NKI*. 125, 91–101.
- [17] Korostylov, L. I. (1984). *Ekspirimental'noye issledovaniye ustoychivosti plastin s vyrezami pri kombinirovannykh nagruzkakh* [Experimental research of plates with cutouts buckling under complex loading]. *Sbornik nauchnykh trudov NKI*, 19-23.
- [18] Grigolyuk E. I., Kulakov N. A. (1975) *Ustoychivost' plastin s otverstiyami* [Buckling of plates with cutouts]. *Doklady AN SSSR*, t. 224, № 4, 790–793.
- [19] Grigolyuk E. I., Kulakov N. A. (1977) *Ustoychivost' plastin s otverstiyami* [Buckling of plates with cutouts]. *Raschet prostranstvennykh konstruksiy*, 108–112.
- [20] Postnov V. A. (1977). *Chislennyye metody rascheta sudovykh konstruksiy* [Numerical assessment methods of ship hull constructions]. Leningrad: Sudostroyeniye.
- [21] Suslov V. P., Kochanov YU. P., Spikhtarenko V. N. (1972). *Stroitel'naya mekhanika korablya i osnovy teorii uprugosti* [Structural mechanics of the ship and elastic theory]. Leningrad: Sudostroyeniye.
- [22] Abovskiy N. P., Andreyev N. P., Deruga A. P., Savchenkov V. I. (1986). *Chislennyye metody v teorii uprugosti i teorii obolochek* [Numerical methods in elastic and shell theories]. Izdatel'stvo Krasnoyarskogo un-ta.
- [23] Piscopo, V. (2010). Buckling Analysis of Rectangular Plates under the Combined Action of Shear and Uniaxial Stresses. *International Scholarly and Scientific Research & Innovation*, 4(10), 1110–1117.

- [24] Paik, J. K. (2007) Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads. *Thin-Walled Structures*, 46 207–213.
- [25] Brown, C. J., Yettram, A. L. (1986). The Elastic Stability of Square Perforated Plates Under Combinations of Bending, Shear and Direct Load. *Thin-Walled Structures*, 4, 239–246.
- [26] Alinia, M.M., Moosavi, S.H. (2008). A parametric study on the longitudinal stiffeners of web panels. *Thin-Walled Structures*, 46, 1213–1223.
- [27] Quang-Viet Vu, Papazafeiropoulos, G., Graciano, C., Seung-Eock, K. (2019). Optimum linear buckling analysis of longitudinally multi-stiffened steel plates subjected to combined bending and shear. *Thin-Walled Structures*, 136, 235–245.
- [28] Registr sudnoplavstva Ukraïni (2011). *Pravila klasifikatsii ta pobudovi mors'kikh suden*. Tom 2 [Rules of classification and building of vessels. Part 2]. Kiiïv.
- [29] Rossiyskiy morskoy registr sudokhodstva (2019). *Pravila klassifikatsii i postroyki morskikh sudov*. Chast' II. Korpus [Rules of classification and building of vessels. Part 2. Hull]. Sankt-Peterburg.
- [30] DNV GL (2018). *Rules for classification. Ships. Part 3 Hull. Chapter 8 Buckling*.
- [31] Korostil'ov L. Í., Martichenko YA. O. (2017). Otsínka stíykostí stínki flora sudna proyektu «NBL-001» pri odnochasníy díf dotichnikh ta normal'nikh napruzhen' [Buckling assessment of floor's wall of ship «NBL-001» under simultaneous action of shear and normal stresses]. *Suchasní tekhnologíi proyektuvannya, pobudovi, yekspluatatsii i remontu suden, mors'kikh tekhnichnikh zasobiv i inzhenernikh sporud*.
- [32] RD5.076.011-82 (1982). *Metodicheskiye ukazaniya. Korpusa korabley i sudov. Metody rascheta prochnosti. Raschet na EVM obshchey i mestnoy prochnosti korabley i sudov pri postanovke v sukhoi i plavuchiy doki* [Methodical instructions. Hulls of ships and vessels. Strength calculation methods. Computer assessment of the general and local strength of ships and vessels when placed in dry and floating docks].
- [33] RD 5.1037-80 (1980). *Nabor sudovoy. Vyrezy v nabore. Normy i pravila proyektirovaniya* [Ship's set. Cutouts in the set. Norms and rules of design].
- [34] Boytsov G. V., Knoring S. D. (1972). *Prochnost' i rabotosposobnost' korpusnykh konstruksiy* [Strength and performance of hull structures]. Leningrad: Sudostroyeniye.
- [35] Boytsov G. V., Paliy O. M. (1975). Kompleksnyy podkhod k problemam obespecheniya prochnosti [An integrated approach to the problems of ensuring strength]. *Problemy prochnosti sudov*, 71–150.
- [36] Gavrilov M. N., Briker A. S., Epshteyn M. N. (1978). *Povrezhdeniya i nadezhnost' korpusov sudov* [Damage and reliability of ship hulls].
- [37] Yershov N. F., Svechnikov O. I. (1977). *Povrezhdeniya i ekspluatatsionnaya prochnost' konstruksiy sudov vnutrennego plavaniya* [Damage and operational strength of structures of inland navigation vessels]. Leningrad: Sudostroyeniye.
- [38] Barabanov N. V., Ivanov N. A., Novikov V. V., Okishev V. A., Chibiriyak I. M. (1977). *Povrezhdeniya sudovykh konstruksiy* [Damage of ship hull structures]. Leningrad: Sudostroyeniye.
- [39] Haaland A. (1967). Damages to Important Structural Parts of the Hull. *European Shipbuilding*, 16, 109–115.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Бубнов, И. Г. (1953). *Труды по теории пластин. С приложение очерка А. С. Вольмира о жизни и деятельности И. Г. Бубнова*. Москва : Государственное издательство технико-теоретической литературы.
- [2] Тимошенко, С. П. (1946) *Устойчивость упругих систем*. Ленинград : Гостехиздат.
- [3] Папкович, П. Ф. (1963). *Труды по строительной механике корабля. Том 4*. Ленинград : Судпромгиз.
- [4] Папкович, П. Ф. (1941). *Строительная механика корабля Ч.2*. Ленинград : Государственное союзное издательство судостроительной промышленности.
- [5] Вольмир, А. С. (1967). *Устойчивость деформируемых систем*. Москва : издательство «Наука».
- [6] Короткин, Я. И., Локшин, А. З., Сиверс, Н. Л. (1955). *Изгиб и устойчивость пластин и круговых цилиндрических оболочек (Строительная механика корабля)*. Ленинград : Государственное союзное издательство судостроительной промышленности.
- [7] Соломенко, Н. С., Абрамян К. Г., Сорокин В. В. (1967). *Прочность и устойчивость пластин и оболочек судового корпуса*. Ленинград : Судпромгиз.
- [8] Пановко, Я. Г., Губанова, И. И. (1987). *Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки*. Москва : Наука.
- [9] Белкин, В. П. (1956). *Работа элементов палубных перекрытий после потери устойчивости*. Ленинград : Судпромгиз.
- [10] Блейх, Ф. (1959). *Устойчивость металлических конструкций*. Москва: Физматгиз.
- [11] Вайнберг, Д. В. (1973). *Справочник по устойчивости, прочности и колебаниям пластин*. Киев : Будівельник.
- [12] Броуде, Б. М. (1949). *Устойчивость пластинок в элементах стальных конструкций*. Москва : Машстройиздат.
- [13] Давыдов, В. В., Матгес, Н. В., Сиверцев, И. Н., Трянин, И. И. (1978). *Прочность судов внутреннего плавания. Справочник*. Москва : Транспорт.

- [14] Биргер, И. А., Пановко, Я. И. (1968). *Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 2.* Москва : Машиностроение.
- [15] Шиманский, Ю. А. (1967). *Справочник по строительной механике корабля. Том 2.* Ленинград : Судпромгиз.
- [16] Коростыльов, Л. И., Бугаенко, Ю. В. (1977). Расчет устойчивости стенок балок судового набора с подкрепленными вырезами. *Труды НКИ.* 125, 91–101.
- [17] Коростыльов, Л. И. (1984). Экспериментальное исследование устойчивости пластин с вырезами при комбинированных нагрузках. *Сборник научных трудов НКИ,* 19–23.
- [18] Григолюк Э. И., Кулаков Н. А. (1975) Устойчивость пластин с отверстиями. *Доклады АН СССР,* т. 224. № 4, 790–793.
- [19] Григолюк, Э. И., Кулаков, Н. А. (1977) Устойчивость пластин с отверстиями. *Расчет пространственных конструкций,* 108–112.
- [20] Постнов, В. А. (1977). *Численные методы расчета судовых конструкций.* Ленинград : Судостроение.
- [21] Суслов, В. П., Кочанов, Ю. П., Спихтаренко, В. Н. (1972). *Строительная механика корабля и основы теории упругости.* Ленинград : Судостроение.
- [22] Абовский, Н. П., Андреев, Н. П., Деруга, А. П., Савченков, В. И. (1986). *Численные методы в теории упругости и теории оболочек.* Издательство Красноярского ун-та.
- [23] Piscopo, V. (2010). Buckling Analysis of Rectangular Plates under the Combined Action of Shear and Uniaxial Stresses. *International Scholarly and Scientific Research & Innovation,* 4(10), 1110–1117.
- [24] Paik, J. K. (2007) Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads. *Thin-Walled Structures,* 46 207–213.
- [25] Brown, C. J., Yettram, A. L. (1986). The Elastic Stability of Square Perforated Plates Under Combinations of Bending, Shear and Direct Load. *Thin-Walled Structures,* 4, 239–246.
- [26] Alinia, M.M. Moosavi, S.H. (2008). A parametric study on the longitudinal stiffeners of web panels. *Thin-Walled Structures,* 46, 1213–1223.
- [27] Quang-Viet Vu, Papazafeiropoulos, G., Graciano, C., Seung-Eock, K. (2019). Optimum linear buckling analysis of longitudinally multi-stiffened steel plates subjected to combined bending and shear. *Thin-Walled Structures,* 136, 235–245.
- [28] Регістр судноплавства України (2011). *Правила класифікації та побудови морських суден. Том 2.* Київ.
- [29] Российский морской регистр судоходства (2019). *Правила классификации и постройки морских судов. Часть II. Корпус.* Санкт-Петербург.
- [30] DNV GL (2018). *Rules for classification. Ships. Part 3 Hull. Chapter 8 Buckling.*
- [31] Коростильов, Л. І., Мартиченко, Я. О. (2017). Оцінка стійкості стінки флора судна проекту «NBL-001» при одночасній дії дотичних та нормальних напружень. *Сучасні технології проектування, побудови, експлуатації і ремонту суден, морських технічних засобів і інженерних споруд.*
- [32] РД5.076.011-82 (1982). *Методические указания. Корпуса кораблей и судов. Методы расчета прочности. Расчет на ЭВМ общей и местной прочности кораблей и судов при постановке в сухой и плавучий доки.*
- [33] РД 5.1037-80 (1980). *Набор судовой. Вырезы в наборе. Нормы и правила проектирования.*
- [34] Бойцов, Г. В., Кноринг, С. Д. (1972). *Прочность и работоспособность корпусных конструкций.* Ленинград : Судостроение.
- [35] Бойцов, Г. В., Палий, О. М. (1975). Комплексный подход к проблемам обеспечения прочности. *Проблемы прочности судов,* 71–150.
- [36] Гаврилов, М. Н., Брикер, А. С., Эпштейн, М. Н. (1978). *Повреждения и надежность корпусов судов.*
- [37] Ершов, Н. Ф., Свечников, О. И. (1977). *Повреждения и эксплуатационная прочность конструкций судов внутреннего плавания.* Ленинград : Судостроение.
- [38] Барабанов, Н. В. Иванов, Н. А., Новиков, В. В., Окишев, В. А., Чибиряк, И. М. (1977). *Повреждения судовых конструкций.* Ленинград : Судостроение.
- [39] Naaland, A. (1967). Damages to Important Structural Parts of the Hull. *European Shipbuilding,* 16, 109–115.